- d) el voltaje en R_3.

El inciso b) (inductores equivalentes) está resuelto en el ejercicio 5.14.10 de la Unidad 5.

Resolución.

1. a) $C_{ab} = 0.8 + 0.2 = 1\ \mu$F; $\frac{1}{0.5} = \frac{1}{1} + \frac{1}{C_{bc}}$, de donde $C_{bc} = 1\ \mu\text{F} = C + 0.6$, así que $C = 0.4\ \mu\mathbf{F}$.
2. c) $\frac{1}{R_{bc}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{50} + \frac{1}{50}$, de donde $R_{bc} = 20\ \Omega$ y $R_{ac} = 120\ \Omega$.
3. d) $I = \frac{30}{120} = 0.25$ A, así que $V_{R3} = V_{bc} = 20(0.25) = \mathbf{5\ V}$.

6.6 Ejercicios propuestos

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.6**.

Ejercicio propuesto 6.6.1

Adaptado de: primer examen final 2019-2, turno vespertino, problema 4.

Con $\varepsilon = 28$ V, $R_{ab} = 5\ \Omega$ y $R_{ef} = 3\ \Omega$; entre b y e hay una rama central de 12 Ω en paralelo con una rama derecha de $6 + 4 + 2\ \Omega$. Determine:

- a) R_{af};
- b) i;
- c) V_{be};
- d) i_1 (rama derecha);
- e) la energía en el resistor de 4 Ω en 3 min.

Resultado: 14 Ω; 2 A; 12 V; 1 A; 720 J.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 88.

Ejercicio propuesto 6.6.2

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno vespertino, problema 4.

Una fuente de 12 V alimenta $R_1 = 10$, $R_2 = 5$ y $R_3 = 3\ \Omega$ en serie, en paralelo con $R_4 = 15\ \Omega$. Determine el voltaje y la corriente en cada resistencia.

Resultado: $i_{123} = 0.667$ A e $i_4 = 0.8$ A; $V_1 = 6.67$ V, $V_2 = 3.33$ V, $V_3 = 2.00$ V, $V_4 = 12$ V.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 88.

Ejercicio propuesto 6.6.3

Adaptado de: primer examen final 2019-2, turno matutino, problema 4 b)–d).

Con $R_1 = 5$, $R_2 = 12$, $R_3 = 6$, $R_4 = 2$, $R_5 = 4$ y $R_6 = 2\ \Omega$, una fuente de 40 V, $V_{be} = 16$ V y $P_{R1} = 20$ W, determine las corrientes i_3 (en R_4), i_1 (en R_1) e i_2 (en R_5).

Resultado: $i_3 = 8$ A; $i_1 = 2$ A; $i_2 = 6$ A.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 88.

Ejercicio propuesto 6.6.4

Adaptado de: segundo examen final 2019-2, problema 4 b).

Un circuito de dos mallas tiene $\xi_1 = 20$ V, $\xi_2 = 15$ V, $R_1 = R_5 = 10$ kΩ, $R_{34} = 15$ kΩ y

5.3.7 Trabajo y energía potencial

1. Calcula V en el punto inicial y en el final **solo con las cargas que permanecen fijas**; la carga que se mueve no cuenta.
2. $W_{ext} = q_0(V_f - V_i) = \Delta U$. Si es positivo, el agente empuja contra el campo; si es negativo, el campo hace el trabajo.
3. Energía de un par: $U = k\frac{q_1 q_2}{r} = q_2 V_1$, con signos (negativa si se atraen).

5.3.8 Carga desconocida a partir del campo

1. Observa hacia dónde apunta $\vec{E}$ respecto a la carga: si **se aleja**, $q > 0$; si apunta **hacia** ella, $q < 0$.
2. Si cada carga está alineada con el punto sobre un eje, cada una aporta **una sola componente**: sepáralas.
3. $|q| = \frac{E r^2}{k}$.

5.3.9 Placas paralelas

1. $E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$, uniforme, de la placa + a la −; **no depende de** d.
2. Si se pide la diferencia de potencial: $V = Ed$.
3. Después aplica $\vec{F} = q\vec{E}$ o $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ como en 5.3.5.

5.4 Ejemplo resuelto · Parte A

Adaptado de: primer examen final 2019-2, turno vespertino, problema 3.

Tres cargas puntuales están en el plano, con coordenadas en metros:

- $Q_1 = 25\ \mu$C en $(0, 3)$;
- $Q_2 = 60\ \mu$C en el origen;
- $Q_3 = 30\ \mu$C en $(4, 0)$;
- puntos $A(4, 3)$ y $B(2, 3)$.

Determine:

- a) la fuerza eléctrica sobre Q_2;
- b) el campo eléctrico en A debido a Q_1;
- c) el potencial en A debido a Q_3;
- d) la diferencia de potencial V_{AB} debida a Q_1.

Resolución.

1. a) Fuerza sobre Q_2:
   - de Q_1, que está 3 m arriba y la repele hacia abajo: $F = \frac{9\times10^9(25\times10^{-6})(60\times10^{-6})}{9} = 1.5$ N, es decir, $-1.5\,\hat{\jmath}$ N;
   - de Q_3, que está 4 m a la derecha y la repele hacia la izquierda: $F = \frac{9\times10^9(60\times10^{-6})(30\times10^{-6})}{16} = 1.0125$ N, es decir, $-1.0125\,\hat{\imath}$ N;
   - $\vec{F}_2 = (-1.0125\,\hat{\imath} - 1.5\,\hat{\jmath})$ **N**.
2. b) Q_1 está 4 m a la izquierda de A: $\vec{E}_A = \frac{9\times10^9(25\times10^{-6})}{16}\,\hat{\imath} = 14\,062.5\,\hat{\imath}$ **N/C**.
3. c) Q_3 está a $r = 3$ m de A: $V_A = \frac{9\times10^9(30\times10^{-6})}{3} =$ **90 000 V**.

3. c) $i_T = 3(10) = 30$ mA, así que $P = 50(0.03)^2 = \mathbf{0.045\ W}$.

Ejercicio 6.5.5 · Fuente con resistencia interna y dos ramas

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo A, problema 3.

- Fuente $\varepsilon = 32$ V con $r = 1\ \Omega$, entre a (+) y d.
- Rama izquierda (corriente i_1): a–f $R_1 = 7\ \Omega$; f–e, 6 Ω en paralelo con 3 Ω; e–d 5 Ω.
- Rama derecha (corriente i_2): a–b 8 Ω; b–c $R = 4\ \Omega$; c–d 2 Ω.
- Datos: $V_{ed} = 10$ V y $P_{4\Omega} = 16$ W.

Determine:

- a) el circuito equivalente;
- b) i_1 e i_2;
- c) la energía que entrega ε en 1 min;
- d) la potencia en R_1;
- e) V_{cf}.

Resolución.

1. a) $6 \parallel 3 = 2$; rama izquierda $7 + 2 + 5 = 14$; rama derecha $8 + 4 + 2 = 14$; $14 \parallel 14 = 7\ \Omega = R_{ad}$. Con r: $R_{eq} = 8\ \Omega$, con $\varepsilon = 32$ V.
2. b) $i_1 = \frac{V_{ed}}{5} = \mathbf{2\ A}$; $i_2 = \sqrt{\frac{16}{4}} = \mathbf{2\ A}$. Comprobación: $i = 4\ \text{A} = \frac{32}{8}$.
3. c) $U = \varepsilon i \Delta t = 32(4)(60) = \mathbf{7680\ J}$. De esa energía, 960 J se quedan en r y $V_{ad}\, i\, \Delta t = 28(4)(60) = 6720$ J llegan al resto del circuito.
4. d) $P_{R1} = 7(2)^2 = \mathbf{28\ W}$.
5. e) Con $V_d = 0$: $V_c = 2(2) = 4$ V; $V_e = 10$ V y $V_f = 10 + 2(2) = 14$ V, así que $V_{cf} = -10$ **V**.

   Véase el Apéndice C.6 para el signo de V_{cf}.

Ejercicio 6.5.6 · Paralelo de dos ramas de 8 Ω

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo B, problema 3.

- $\varepsilon = 30$ V entre e y d; $R_1 = 6\ \Omega$ (e–a).
- $R_2 = 5$ y $R_3 = 3\ \Omega$ en serie (a–b–c), en paralelo con $R_4 = 8\ \Omega$ (a–d).

Determine:

- a) I_1;
- b) I_2 (en R_4);
- c) V_{bc};
- d) la potencia en R_1.

El inciso e) (corriente eficaz) está en la Unidad 7.

Resolución.

1. a) $R_{23} = 8$; $8 \parallel 8 = 4$; $R_{ed} = 6 + 4 = 10\ \Omega$, así que $I_1 = \mathbf{3\ A}$.
2. b) $V_{ad} = 4(3) = 12$ V, así que $I_2 = \frac{12}{8} = \mathbf{1.5\ A}$.
3. c) $I_3 = 3 - 1.5 = 1.5$ A, así que $V_{bc} = 3(1.5) = \mathbf{4.5\ V}$.
4. d) $P_{R1} = 6(3)^2 = \mathbf{54\ W}$.

Capacitores

- a) la fuerza sobre q_2;
- b) el potencial en A;
- c) el campo eléctrico en B.

Resolución.

1. $r_{CD} = \sqrt{50}$ cm, así que $r^2 = 5 \times 10^{-3}$ m² y $F = \frac{9\times10^9(10\times10^{-9})(20\times10^{-9})}{5\times10^{-3}} = 3.6 \times 10^{-4}$ N.
2. a) Las cargas se atraen: q_2 es jalada hacia q_1, en la dirección $\frac{(5,-5)}{\sqrt{50}}$. Entonces $\vec{F}_{21} = (0.2546\,\hat{\imath} - 0.2546\,\hat{\jmath})$ **mN**.
3. b) $V_A = 9 \times 10^9 \left(\frac{10\times10^{-9}}{0.05} + \frac{-20\times10^{-9}}{0.05}\right) = 1800 - 3600 = \mathbf{-1800\ V}$.
4. c) q_1, 5 cm abajo de B, aporta $+36\,000\,\hat{\jmath}$ N/C; q_2 (negativa), 5 cm a la izquierda, aporta $-72\,000\,\hat{\imath}$ N/C. Entonces $\vec{E}_B = (-72\,\hat{\imath} + 36\,\hat{\jmath})$ **kN/C**.

Ejercicio 5.5.4 · Energía potencial de un protón

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo B, problema 4.

Una carga $Q = -12\ \mu$C está en el origen:

- un protón ($q = +1.6 \times 10^{-19}$ C) se lleva de $A(4, 0, 0)$ cm a $B(4, 4, 4)$ cm.

Determine el cambio de energía potencial del protón.

Resolución.

1. $r_A = 0.04$ m; $r_B = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{48} = 6.928$ cm.
2. $V_B - V_A = kQ\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) = 9 \times 10^9(-12 \times 10^{-6})(14.434 - 25) = 1.1412 \times 10^6$ V.
3. $\Delta U = q(V_B - V_A) = 1.6 \times 10^{-19}(1.1412 \times 10^6) = 1.826 \times 10^{-13}$ **J** $= 0.1826$ **pJ**. Aumenta porque el protón se aleja de una carga negativa.

Ejercicio 5.5.5 · Dos cargas desconocidas a partir del campo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo B, problema 4.

Dos cargas puntuales están en el plano:

- Q_1 en $A(3, 2)$ cm;
- Q_2 en $B(0, -2)$ cm;
- en $C(3, -2)$ cm el campo total es $\vec{E}_C = (-120\,\hat{\imath} - 45\,\hat{\jmath}) \times 10^3$ N/C.

Determine:

- a) la magnitud y el signo de cada carga;
- b) el potencial en C.

Resolución.

1. A está 4 cm arriba de C, así que Q_1 solo aporta componente $\hat{\jmath}$; B está 3 cm a la izquierda de C, así que Q_2 solo aporta componente $\hat{\imath}$.
2. a) La componente $-45\,\hat{\jmath}$ apunta lejos de A, así que $Q_1 > 0$: $|Q_1| = \frac{45\times10^3(0.04)^2}{9\times10^9}$, es decir, $Q_1 = +8$ **nC**.
3. a) La componente $-120\,\hat{\imath}$ apunta hacia B, así que $Q_2 < 0$: $|Q_2| = \frac{120\times10^3(0.03)^2}{9\times10^9}$, es decir, $Q_2 = -12$ **nC**.
4. b) $V_C = 9 \times 10^9 \left(\frac{8\times10^{-9}}{0.04} - \frac{12\times10^{-9}}{0.03}\right) = 1800 - 3600 = \mathbf{-1.8\ kV}$.

Resolución.

1. $R_{234} = 3 + 4 + 5 = 12\ \Omega$.
2. $R_{eq1} = \frac{6(12)}{6+12} = 4\ \Omega$.
3. $R_{af} = 10 + 4 + 1 = 15\ \Omega$.
4. a) $i_1 = \frac{45}{15} = \mathbf{3\ A}$.
5. b) $V_{be} = 4(3) = \mathbf{12\ V}$.
6. c) $i_3 = \frac{12}{12} = \mathbf{1\ A}$ (rama de R_{234}).
7. d) $P_\varepsilon = 45(3) = \mathbf{135\ W}$.
8. e) 5 min = 300 s, así que $E = 135(300) = \mathbf{40.5\ kJ}$.

6.5 Ejercicios de examen (resueltos)

Circuitos resistivos

Ejercicio 6.5.1 · Una vuelta con un paralelo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo A, problema 5.

- $\varepsilon = 9.55$ V.
- $R_1 = 15\ \Omega$ (a–b); $R_2 = 22\ \Omega$ en paralelo con $R_3 = 33\ \Omega$ (b–c); $R_4 = 10\ \Omega$ (c–d), todo en una vuelta.

Determine:

- a) la corriente de la fem;
- b) una tabla con V e i de cada resistor.

Resolución.

1. $R_{23} = \frac{22(33)}{55} = 13.2\ \Omega$, así que $R_{eq} = 15 + 13.2 + 10 = 38.2\ \Omega$.
2. a) $I_\varepsilon = \frac{9.55}{38.2} = \mathbf{0.25\ A}$.
3. b) $V_1 = 15(0.25) = 3.75$ V, $V_{23} = 13.2(0.25) = 3.3$ V, $V_4 = 10(0.25) = 2.5$ V.
4. b) $i_2 = \frac{3.3}{22} = 0.15$ A, $i_3 = \frac{3.3}{33} = 0.1$ A.

Resistor	V [V]	i [A]
R_1	**3.75**	**0.25**
R_2	**3.3**	**0.15**
R_3	**3.3**	**0.1**
R_4	**2.5**	**0.25**

Ejercicio 6.5.2 · Serie con un paralelo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo A, problema 5.

- $R_1 = 5\ \Omega$ (a–b) en serie con $R_2 = 12\ \Omega$ en paralelo con $R_3 = 6\ \Omega$ (b–c).
- $\varepsilon = 90$ V entre a y c.

Determine:

- a) R_{ac};

Ejercicio propuesto 5.6.1

Adaptado de: primer examen final 2019-2, turno matutino, problema 3.

En el punto A el campo eléctrico es $\vec{E}_A = 135 \times 10^6\,\hat{j}$ N/C y el campo magnético es $\vec{B}_A = 0.625(-\hat{j})$ T. Determine:

- a) la fuerza eléctrica sobre un electrón en A;
- b) la fuerza magnética sobre $Q = -6\ \mu$C que pasa por A con $\vec{v} = 2.9 \times 10^6(-\hat{\imath})$ m/s.

Resultado: $\vec{F}_e = -2.16 \times 10^{-11}\,\hat{j}$ N; $\vec{F}_m = -10.875\,\hat{k}$ N.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

Ejercicio propuesto 5.6.2

Adaptado de: segundo examen final 2019-2, problema 3.

Hay dos cargas, $q_1 = 2\ \mu$C en $(0, 4, 0)$ y $q_2 = 1\ \mu$C en $(0, -4, 0)$, con coordenadas en metros, y un alambre paralelo al eje x que corta al eje y en $(0, 1, 0)$ y lleva $I = 10$ A. Determine:

- a) el campo eléctrico en $A(3, 0, 0)$ debido solo a q_1;
- b) V_{BC}, si B está a 2 m de q_1 y a 6 m de q_2, y C a 6 m de q_1 y a 2 m de q_2;
- c) el campo magnético del alambre en el origen (en la figura original, la corriente circula de modo que este campo apunta en $-\hat{k}$).

Resultado: $\vec{E}_A = (432\,\hat{\imath} - 576\,\hat{j})$ N/C; $V_{BC} = 3000$ V; $\vec{B} = -2 \times 10^{-6}\,\hat{k}$ T.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 86.

Ejercicio propuesto 5.6.3

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno vespertino, problema 3.

Se tienen $q_1 = -q_2 = 1.6\ \mu$C, con $a = 30$ cm y $b = 40$ cm: q_1 está 40 cm a la izquierda del punto $P(40, 30)$ cm y q_2 está 30 cm abajo de P. Determine:

- a) la fuerza sobre $q_p = 1\ \mu$C colocada en P;
- b) la fuerza magnética sobre q_1 si se mueve con $\vec{v} = 25\,\hat{\imath}$ m/s en $\vec{B} = 0.6\,\hat{j}$ T.

Resultado: $\vec{F} = (0.09\,\hat{\imath} - 0.16\,\hat{j})$ N; $\vec{F}_m = 24 \times 10^{-6}\,\hat{k}$ N.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 87.

Ejercicio propuesto 5.6.4

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno matutino, problema 3, incisos b a d.

Un capacitor de aire tiene $A = 11.3$ m², $d = 0.1$ mm y $q = 20\ \mu$C. Un alambre lleva $I = 2$ A y el punto E está a 1.25 m de él; en E, el campo del alambre apunta en $+\hat{\imath}$. Un electrón pasa por E con $\vec{v} = (20\,\hat{\imath} + 40\,\hat{j} + 60\,\hat{k})$ km/s. Determine:

- b) la diferencia de potencial V_{BC} entre las placas;
- c) el campo magnético del alambre en E;
- d) la fuerza magnética sobre el electrón.

Resultado: $V_{BC} = 20$ V; $B = 3.2 \times 10^{-7}$ T; $\vec{F} = (-3.072 \times 10^{-21}\,\hat{j} + 2.048 \times 10^{-21}\,\hat{k})$ N.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 87.

Expresión	Fórmula
Carga	$q = CV$
Placas paralelas	$C = \varepsilon \frac{A}{d}$, con $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ C²/(N·m²) en aire
Paralelo (mismo V)	$C = \sum C_i$
Serie (misma q)	$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$
Energía	$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}qV$

Inductores. Sin inductancia mutua se combinan como resistencias: serie $L = \sum L_i$, paralelo $\frac{1}{L} = \sum \frac{1}{L_i}$. Su tratamiento completo está en la Unidad 5.

Fuente alterna. Los incisos con $v(t) = V_m \cos \omega t$ y corriente eficaz están en la Unidad 7.

6.2 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
una sola fuente y varias resistencias	reducción y regreso	6.3.1 y 6.3.2
dos fuentes en ramas distintas	leyes de Kirchhoff	6.3.3
dos fuentes en **una sola malla** (sin ramas)	LVK de una malla	6.3.4
«representación irreducible», «circuito equivalente»	reducir lo que esté en serie o paralelo y dibujar lo que queda	6.3.1
se da V_{be}, una corriente de rama o una potencia en lugar de ε	empezar por la rama donde está ese dato	6.3.2
«capacitor», «capacitancia equivalente», «carga en C_2», «energía almacenada»	capacitores	6.3.5
«inductancia equivalente», inductores en serie o paralelo	inductores	Unidad 5
$v(t) = V_m \cos(\omega t)$, «corriente eficaz»	corriente alterna	Unidad 7

6.3 Procedimientos

6.3.1 Reducción (de adentro hacia afuera)

1. Marca los nodos con letras (a, b, e, f…), como en la figura.
2. Suma las resistencias **en serie dentro de una misma rama** (sin nodo en medio).
3. Combina en paralelo las ramas que van **entre los mismos dos nodos**.
4. Repite hasta tener R_{af}. Nombra cada paso: R_{234}, R_{eq1}…

6.3.2 Regreso (de afuera hacia adentro)

1. $i_{total} = \frac{\varepsilon}{R_{af}}$.
2. Voltaje en un bloque en paralelo: $V_{be} = R_{eq}\, i_{total}$.

Unidad 5 · Electromagnetismo — Parte B: campo magnético e inductancia

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno conocerá los conceptos y leyes que le permitan comprender algunos de los fenómenos eléctricos y magnéticos, haciendo énfasis en los antecedentes necesarios para el análisis de circuitos eléctricos.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 11 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014 (solo falta en el tipo A de 2013-1). Es el tema más frecuente del examen.
- **Tiempo:** de 3 a 4 horas para esta parte.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 5.10 (20 min).
  2. Sigue el ejemplo 5.13 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 5.14 con cronómetro (20 min cada uno).

Cada inciso es un problema de uno o dos pasos: **campo de cada fuente → suma vectorial → (despeje de la corriente) → flujo, inductancia o fuerza**.

5.10 Conceptos y expresiones

Fuentes de campo magnético. Una corriente eléctrica crea un campo magnético $\vec{B}$ a su alrededor. En esta asignatura hay dos fuentes:

- un **alambre recto largo**: el campo forma círculos alrededor del alambre y se debilita con la distancia;
- un **solenoide** (alambre enrollado en forma de resorte): en su interior el campo es casi uniforme y va a lo largo del eje.

A veces se agrega un **campo uniforme externo** $\vec{B}_0$ o un imán de herradura. Con $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Wb/(A·m):

Fuente	Magnitud	Dirección
Alambre recto largo	$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a}$, con a la distancia perpendicular al alambre	$\hat{u}_B = \hat{u}_i \times \hat{u}_r$, con $\hat{u}_r$ **del alambre al punto**
Solenoide (dentro, sobre el eje)	$B = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$	a lo largo del eje; los dedos de la mano derecha siguen la corriente en las espiras y el pulgar da $\vec{B}$

Superposición. En un punto, el campo total es la suma vectorial de todas las fuentes:

$$\vec{B}_{total} = \vec{B}_{alambre} + \vec{B}_{solenoide} + \vec{B}_0$$

8. **Inductores:** en serie se suman; en paralelo, como resistencias. Lee con cuidado el valor de la figura (0.05 no es 0.5; véase el Apéndice C.5B).
9. **Sentido del campo del solenoide:** sale de la figura. Si no queda claro, se da la magnitud y se indica «a lo largo del eje, con el sentido de la mano derecha».

5.17 Formulario de emergencia de la unidad

- $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Wb/(A·m)
- Alambre: $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a} \cdot \hat{u}_B = \hat{u}_i \times \hat{u}_r$
- Solenoide: $B = \frac{\mu_0 N i}{\ell} \cdot \vec{B}_{tot} = \sum \vec{B}$
- $A = \pi r^2 \cdot \Phi = BA\cos\theta \cdot L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{N\Phi}{i}$
- Inductores: serie $L_1 + L_2 \cdot$ paralelo $\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$
- $\vec{F} = i\,\vec{\ell} \times \vec{B} \cdot \vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} \cdot q_\alpha = 2|e|$
- $\varepsilon = -L\frac{di}{dt} = -N\frac{d\Phi}{dt} \cdot U = \frac{1}{2}Li^2 \cdot U = Vi\,\Delta t$

5.18 Procedimiento recomendado en el examen

1. Esquema con cada fuente, el punto, la distancia a y $\hat{u}_r$.
2. Cada $\vec{B}$ escrito **como vector** antes de sumar.
3. Si se despeja una corriente: magnitud **y** sentido, con una flecha en el esquema.
4. A calculada aparte; después $B \to \Phi \to L$, en ese orden, con la comprobación $L = N\Phi/i$.
5. En las fuerzas, el producto cruz con los vectores sustituidos antes de evaluar.
6. Cada resultado recuadrado.

Si no se encuentra el camino, escribe las fórmulas del formulario 5.17 con los datos sustituidos. Cada una suele corresponder a un inciso, y el planteamiento correcto también cuenta.

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«fuerza sobre un electrón, una partícula alfa o una carga q que pasa por P con $\vec{v}$»	$q\,\vec{v} \times \vec{B}$	5.12.5
«fuerza sobre 4 m del conductor 2», «conductor en un imán de herradura»	$i\,\vec{\ell} \times \vec{B}$	5.12.5
«energía que disipó el conductor durante 3 min»	$U = Vi\,\Delta t$	5.12.6
«fem inducida si el flujo crece a razón de…», «si la corriente disminuye a razón de…»	$\lvert\varepsilon\rvert = N\,d\Phi/dt$ o $\lvert\varepsilon\rvert = L\,di/dt$	5.12.6
«energía almacenada», «en cuánto tiempo el campo llega a cero»	$U = \frac{1}{2}Li^2$ o $\Delta t = N\lvert\Delta\Phi\rvert/\varepsilon$	5.12.6

5.12 Procedimientos

5.12.1 Campo de un alambre recto

1. Datos en el SI: cm a m, mT a 10^{-3} T, µT a 10^{-6} T.
2. Dibuja el punto y cada alambre. Mide la **distancia perpendicular** a: solo cuentan las coordenadas perpendiculares al alambre (alambre en el eje z y punto en $(0, 5, 5)$ cm: $a = 5$ cm).
3. Calcula $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi a}$.
4. Escribe la dirección como vector: $\hat{u}_B = \hat{u}_i \times \hat{u}_r$, con $\hat{u}_r$ unitario del alambre al punto. Por ejemplo, alambre en el eje y con corriente hacia $-\hat{\jmath}$ y punto en $+z$: $(-\hat{\jmath}) \times \hat{k} = -\hat{\imath}$.

5.12.2 Solenoide, flujo e inductancia

1. Calcula $A = \pi r^2$ aparte (si dan el diámetro, $r = d/2$).
2. $B = \frac{\mu_0 N i}{\ell}$ sobre el eje. El sentido sale de la figura o del dato (mano derecha).
3. $\Phi = B_s A$, solo con el campo del solenoide, perpendicular a la sección.
4. $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$. Comprueba con $L = \frac{N\Phi}{i}$.

5.12.3 Superposición y despeje de corrientes

1. Escribe cada $\vec{B}$ como vector y súmalos: $\vec{B}_{total} = \sum \vec{B}$.
2. Si dan $\vec{B}_{total}$, cada componente cartesiana pertenece a una sola fuente: el solenoide da la componente de su eje; el alambre, la perpendicular.
3. Resta lo conocido ($\vec{B}_0$) **con signo**, componente por componente.
4. Despeja la magnitud de la corriente y luego su sentido con la mano derecha.
5. Si una componente es cero, la corriente que la produciría es cero.

5.12.4 Combinación de inductores

- Serie: $L_{eq} = L_1 + L_2$; para despejar, $L = L_{eq} - L_s$.
- Paralelo: $L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$. Si $L_1 = 2L_2$, el paralelo vale $\frac{2}{3}L_2$.

2. b) $\Phi = (0.5712\times10^{-3})\pi(0.012)^2 = \mathbf{258.40\ nWb}$, en sentido $+x$.
3. c) Se necesita $\vec{B}_c = -0.5712\,\hat{\imath}$ mT: $I_c = \frac{2\pi(0.05)(0.5712\times10^{-3})}{4\pi\times10^{-7}} = \mathbf{142.8\ A}$. Con $\hat{u}_r = -\hat{k}$, $\hat{u}_i \times (-\hat{k}) = -\hat{\imath}$ da $\hat{u}_i = +\hat{\jmath}$: **corriente hacia** $+y$.
4. d) $L = \frac{4\pi\times10^{-7}(2500)^2\pi(0.012)^2}{0.22} = \mathbf{16.15\ mH}$.
5. e) $L_{eq} = \frac{16.15(10.2)}{16.15+10.2} = \mathbf{6.25\ mH}$.

Ejercicio 5.14.9 · Conductor en un imán de herradura

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo B, problema 5.

- Conductor horizontal de 2 cm entre los polos de un imán de herradura.
- Corriente de 2.5 A hacia $+x$; fuerza medida $\vec{F} = 8\,\hat{\jmath}$ mN.

Determine:

- a) $\vec{B}$ del imán y la posición de los polos;
- b) la energía disipada en 3 min con 12 V.

Resolución.

1. a) $\vec{\ell} \perp \vec{B}$, así que $B = \frac{F}{i\ell} = \frac{8\times10^{-3}}{2.5(0.02)} = 0.16$ T.
2. a) $\hat{\imath}\times\hat{u}_B = \hat{\jmath}$ da $\hat{u}_B = -\hat{k}$: $\vec{B} = -160\,\hat{k}$ **mT**, con el polo norte arriba y el sur abajo (el campo va de N a S).
3. b) $U = Vi\,\Delta t = 12(2.5)(180) = \mathbf{5.4\ kJ}$.

Ejercicio 5.14.10 · Inductores equivalentes

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo B, problema 4 b).

- De a a b, un inductor de **0.05 H**; de b a c, L_1 y L_2 en paralelo.
- $L_1 = 2L_2$, $L_{ac} = 0.7$ H, sin inductancia mutua.

Determine L_1 y L_2.

Resolución.

1. $L_{bc} = L_{ac} - L_{ab} = 0.7 - 0.05 = 0.65$ H.
2. $L_{bc} = \frac{(2L_2)L_2}{3L_2} = \frac{2}{3}L_2$, de donde $L_2 = \frac{3}{2}(0.65) = \mathbf{0.975\ H}$ y $L_1 = \mathbf{1.95\ H}$.

Véase el Apéndice C.5B: la resolución publicada lee otro valor en la figura.

5.15 Ejercicios propuestos

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.5B**.

Ejercicio propuesto 5.15.1

Adaptado de: primer examen final 2019-1, turno matutino, problema 4.

Un solenoide de aire tiene $N = 2000$, $\ell = 0.16$ m, $A = 3.1416\times10^{-4}$ m² (radio de 1 cm) e $i_s = 3$ A. Determine:

- a) $\vec{B}$;
- b) Φ;

- Punto A $(0, 0, 0.25)$ m, sobre el eje z, con campo total $\vec{B}_A = -8\,\hat{\imath}$ µT.

Determine la corriente i del alambre y su sentido.

Resolución.

1. $\vec{B}_{A,c} = \vec{B}_A - \vec{B}_0 = (-8 - 1.6)\,\hat{\imath} = -9.6\,\hat{\imath}$ µT.
2. $i = \frac{2\pi aB}{\mu_0} = \frac{2\pi(0.25)(9.6\times10^{-6})}{4\pi\times10^{-7}} = \mathbf{12\ A}$.
3. $\hat{u}_r = +\hat{k}$; $\hat{u}_i \times \hat{k} = -\hat{\imath}$, de donde $\hat{u}_i = -\hat{\jmath}$: **la corriente baja** (sentido $-y$).

Ejercicio 5.14.2 · Alambre en el eje z y partícula alfa

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo B, problema 4.

- Alambre sobre el eje z; punto A $(0, 5, 5)$ cm, con $\vec{B}_A = -0.38\,\hat{\imath}$ mT.
- Una partícula alfa pasa por A con $\vec{v} = (8\,\hat{\imath} + 8\,\hat{\jmath})\times10^6$ m/s.
- Otro conductor de 4.2 m, paralelo al primero, pasa por A con 40 A en $+z$.

Determine:

- a) la corriente i_c;
- b) su sentido;
- c) la fuerza sobre la partícula alfa;
- d) la fuerza sobre el segundo conductor;
- e) la fuerza sobre el primer conductor.

Resolución.

1. a) $a = 5$ cm (solo cuenta y): $i_c = \frac{2\pi(0.05)(0.38\times10^{-3})}{4\pi\times10^{-7}} = \mathbf{95\ A}$.
2. b) $\hat{u}_r = \hat{\jmath}$ y $\hat{k}\times\hat{\jmath} = -\hat{\imath}$, que coincide con el campo dado: **corriente hacia** $+z$.
3. c) $\vec{v}\times\vec{B} = (8\,\hat{\imath}+8\,\hat{\jmath})10^6\times(-0.38\times10^{-3}\,\hat{\imath}) = +3040\,\hat{k}$, así que $\vec{F}_\alpha = (3.2\times10^{-19})(3040\,\hat{k}) = 9.728\times10^{-16}\,\hat{k}$ **N**.
4. d) $\vec{F}_2 = 40\,(4.2\,\hat{k})\times(-0.38\times10^{-3}\,\hat{\imath}) = -0.0638\,\hat{\jmath}$ **N**: se atraen, porque las corrientes van en el mismo sentido.
5. e) Por la tercera ley: $\vec{F}_1 = +0.0638\,\hat{\jmath}$ **N**.

Ejercicio 5.14.3 · Dos conductores

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo B, problema 6.

- Conductor 1 sobre el eje x, con $I_1 = 90$ A hacia $-x$ (la flecha apunta hacia el origen).
- Conductor 2 paralelo a z por A $(0, 3, 0)$ cm, con $I_2 = 80$ A hacia $+z$.
- Punto P $(2, 3, 0)$ cm.

Determine:

- a) $\vec{B}_P$;
- b) la fuerza sobre 4 m del conductor 2 si se coloca paralelo al 1, por A, con corriente en el mismo sentido que I_1.

Resolución.

1. Conductor 1: $a_1 = 3$ cm, $\hat{u}_r = \hat{\jmath}$ y $(-\hat{\imath})\times\hat{\jmath} = -\hat{k}$, así que $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0(90)}{2\pi(0.03)}(-\hat{k}) = -600\,\hat{k}$ µT.
2. Conductor 2: $a_2 = 2$ cm, $\hat{u}_r = \hat{\imath}$ y $\hat{k}\times\hat{\imath} = \hat{\jmath}$, así que $\vec{B}_2 = 800\,\hat{\jmath}$ µT.
3. a) $\vec{B}_P = (800\,\hat{\jmath} - 600\,\hat{k})$ **µT**.

4. d) $r_A = 4$ m y $r_B = 2$ m: $V_{AB} = 9\times10^9(25\times10^{-6})\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right) = \mathbf{-56\ 250\ V}$.

5.5 Ejercicios de examen (resueltos) · Parte A

Ejercicio 5.5.1 · Signo de una carga a partir del campo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo A, problema 6.

Una carga puntual Q está en el origen:

- en $P(0,0,3)$ cm el campo es $\vec{E}_P = -120\,\hat{k}$ kN/C.

Determine el valor y el signo de Q.

Resolución.

1. P está sobre el eje $+z$ y el campo apunta en $-\hat{k}$, es decir, **hacia** la carga: $Q<0$.
2. $|Q| = \frac{r^2E}{k} = \frac{(0.03)^2(120\times10^3)}{9\times10^9} = 1.2\times10^{-8}$ C, así que $Q = -12$ **nC**.

Ejercicio 5.5.2 · Campo y trabajo con dos cargas

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo A, problema 4.

Dos cargas puntuales están en el plano:

- $q_1 = 9$ nC en $D(5,0)$ cm;
- $q_2 = -18$ nC en $C(0,5)$ cm;
- $B(5,5)$ cm y A en el origen.

Determine:

- a) el campo eléctrico en B;
- b) el trabajo necesario para mover q_1 de D al origen.

Resolución.

1. q_1 está 5 cm abajo de B: $E_1 = \frac{9\times10^9(9\times10^{-9})}{0.05^2} = 32\,400$ N/C en $+\hat{\jmath}$ (positiva, el campo se aleja).
2. q_2 está 5 cm a la izquierda de B: $E_2 = \frac{9\times10^9(18\times10^{-9})}{0.05^2} = 64\,800$ N/C hacia ella, en $-\hat{\imath}$.
3. a) $\vec{E}_B = (-64.8\,\hat{\imath} + 32.4\,\hat{\jmath})$ **kN/C**.
4. Solo q_2 fija el potencial: $r_A = 5$ cm y $r_D = \sqrt{50} = 7.071$ cm, así que $V_A - V_D = 9\times10^9(-18\times10^{-9})\left(\frac{1}{0.05}-\frac{1}{0.07071}\right) = -948.97$ V.
5. b) $W = q_1(V_A - V_D) = 9\times10^{-9}(-948.97) = \mathbf{-8.54\ \mu J}$. Es negativo porque q_1 se acerca a la carga que la atrae: el campo hace el trabajo.

Ejercicio 5.5.3 · Fuerza, potencial y campo con dos cargas

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo B, problema 4.

Dos cargas puntuales están en el plano:

- $q_1 = 10$ nC en $D(5,0)$ cm;
- $q_2 = -20$ nC en $C(0,5)$ cm;
- A en el origen y $B(5,5)$ cm.

Determine:

Ejercicio 6.5.7 · Capacitor en serie con un paralelo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo B, problema 5.

- $C_1 = 4\ \mu$F (a–b) en serie con $C_2 = 12\ \mu$F en paralelo con $C_3 = 6\ \mu$F (b–c).
- Con V_{ac} aplicado, $q_1 = 60\ \mu$C.

Determine:

- a) V_{ab};
- b) q_2;
- c) V_{ac};
- d) C_{ac}.

Resolución.

1. a) $V_{ab} = \frac{q_1}{C_1} = \frac{60}{4} = \mathbf{15\ V}$.
2. b) $C_{bc} = 12 + 6 = 18\ \mu$F; en serie, $q_{23} = q_1 = 60\ \mu$C, así que $V_{bc} = \frac{60}{18} = 3.333$ V y $q_2 = 12(3.333) = \mathbf{40\ \mu C}$.
3. c) $V_{ac} = 15 + 3.333 = \mathbf{18.33\ V}$.
4. d) $C_{ac} = \frac{4(18)}{4+18} = \mathbf{3.273\ \mu F}$. Comprobación: $3.273\times18.33 = 60\ \mu$C.

Ejercicio 6.5.8 · Capacitores y dieléctrico

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo B, problema 5.

- $C_1 = 6\ \mu$F (x–y) en serie con $C_2 = 8\ \mu$F en paralelo con $C_3 = 4\ \mu$F (y–z).
- Se conecta $\varepsilon = 24$ V entre x y z.
- C_1 es de placas, con $A = 800$ cm² y espesor del dieléctrico 1×10^{-4} m.

Determine:

- a) C_{xz};
- b) la carga de C_1;
- c) la energía en C_2;
- d) la permitividad ε_1 del dieléctrico de C_1.

Resolución.

1. a) $C_{yz} = 8 + 4 = 12\ \mu$F, así que $C_{xz} = \frac{6(12)}{18} = \mathbf{4\ \mu F}$.
2. b) $Q = C_{xz}\varepsilon = 4(24) = \mathbf{96\ \mu C} = q_1 = q_{yz}$.
3. c) $V_{yz} = \frac{96}{12} = 8$ V, así que $U_2 = \frac{1}{2}(8\times10^{-6})(8)^2 = \mathbf{256\ \mu J}$.
4. d) $\varepsilon_1 = \frac{C_1 d}{A} = \frac{(6\times10^{-6})(10^{-4})}{0.08} = 7.5\times10^{-9}$ **C²/(N·m²)**.

Ejercicio 6.5.9 · Capacitor desconocido y resistencias equivalentes

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo B, problema 4.

- a) 0.8 μF en paralelo con 0.2 μF (a–b), en serie con 0.6 μF en paralelo con C (b–c).
- c) y d) $R_1 = 100\ \Omega$ (a–b) en serie con $R_2 = 100$, $R_3 = 50$ y $R_4 = 50\ \Omega$ en paralelo (b–c); $\varepsilon = 30$ V.

Determine:

- a) C para que $C_{ac} = 0.5\ \mu$F;
- c) R_{ac};

Ejercicio 5.5.6 · Campo, fuerza, potencial, energía y fuerza magnética

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo B, problema 2.

Dos cargas puntuales están en el plano:

- $q_1 = -q_2 = 8\ \mu$C, es decir, $q_1 = +8\ \mu$C y $q_2 = -8\ \mu$C;
- q_1 en $(0, 40)$ cm y q_2 en $(40, 0)$ cm;
- punto $P(40, 40)$ cm.

Determine:

- a) el campo eléctrico en P;
- b) la fuerza sobre $q_p = 1\ \mu$C colocada en P;
- c) el potencial en P;
- d) la energía potencial de q_2;
- e) la fuerza magnética sobre q_1 si se mueve con $\vec{v} = 25\,\hat{\imath}$ m/s en $\vec{B} = 0.6\,\hat{\jmath}$ T.

Resolución.

1. a) q_1 está 40 cm a la izquierda de P: $\frac{9\times10^9(8\times10^{-6})}{0.4^2} = 450$ kN/C en $+\hat{\imath}$. q_2 (negativa) está 40 cm abajo: 450 kN/C hacia ella, en $-\hat{\jmath}$. Entonces $\vec{E}_P = (450\,\hat{\imath} - 450\,\hat{\jmath})$ **kN/C**.
2. b) $\vec{F} = q_p\vec{E}_P = (0.45\,\hat{\imath} - 0.45\,\hat{\jmath})$ **N**.
3. c) $V_P = k\frac{8\times10^{-6}}{0.4} + k\frac{-8\times10^{-6}}{0.4} = \mathbf{0}$ **V**.
4. d) $r_{12} = \sqrt{0.4^2 + 0.4^2} = 0.5657$ m: $U = \frac{9\times10^9(8\times10^{-6})(-8\times10^{-6})}{0.5657} = \mathbf{-1.018}$ **J**.
5. e) $\vec{F}_m = 8\times10^{-6}(25)(0.6)\,\hat{\imath}\times\hat{\jmath} = 120\,\hat{k}$ **μN**.

Ejercicio 5.5.7 · Placas paralelas y electrón en movimiento

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-1, tipo A, problema 4.

Un par de placas planas y paralelas, con aire entre ellas:

- área de cada placa: $A = 0.0025$ m²;
- carga: 2 nC (positiva arriba, negativa abajo);
- separación: $d = 12$ mm;
- un electrón se mueve en $+x$ a 3×10^5 m/s, en un campo magnético $B = 0.8$ T en $+z$.

Determine:

- a) el campo eléctrico entre las placas;
- b) la fuerza magnética sobre el electrón.

Resolución.

1. a) $E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} = \frac{2\times10^{-9}}{(0.0025)(8.85\times10^{-12})} = 90\,395$ N/C, de la placa + (arriba) a la − (abajo): $\vec{E} = -90\,395\,\hat{\jmath}$ **N/C**. La separación d no se usa.
2. $\vec{v}\times\vec{B} = (3\times10^5)(0.8)\,\hat{\imath}\times\hat{k} = -2.4\times10^5\,\hat{\jmath}$.
3. b) $\vec{F}_m = (-1.6\times10^{-19})(-2.4\times10^5\,\hat{\jmath}) = 3.84\times10^{-14}\,\hat{\jmath}$ **N**.

5.6 Ejercicios propuestos · Parte A

Resuélvelos sin ver la solución. Las resoluciones completas están en el **Apéndice E, sección E.5A**.

- b) la corriente de la fuente;
- c) V_{bc};
- d) la potencia en R_1.

Resolución.

1. a) $R_{bc} = \frac{12(6)}{18} = 4\ \Omega$, así que $R_{ac} = \mathbf{9\ \Omega}$.
2. b) $I = \frac{\varepsilon}{R_{ac}} = \frac{90}{9} = \mathbf{10}$ **A**.
3. c) $V_{bc} = 4(10) = \mathbf{40}$ **V**.
4. d) $P_{R1} = 5(10)^2 = \mathbf{500}$ **W**.

Ejercicio 6.5.3 · Una malla con dos baterías

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo A, problema 3.

- Una sola malla con $R_1 = 5$, $R_2 = 5$, $R_3 = 1$, $R_4 = 4$ y $R_5 = 1\ \Omega$, y dos baterías de 12 V que empujan en el mismo sentido (horario).
- R_4 está entre e y f; de f a a suben $V_1 = 12$ V y luego está R_5.
- $V_f = 0$ (tierra).

Determine:

- a) I;
- b) V_{ae};
- c) la energía de cada fuente en 1 min, y si entrega o recibe;
- d) la energía en los resistores en 5 min;
- e) V_a.

Resolución.

1. a) LVK: $(5 + 5 + 1 + 4 + 1)I = 12 + 12$, así que $I = 1.5$ **A**.
2. b) De e a a por la izquierda: $V_a = V_e - 4(1.5) + 12 - 1(1.5) = V_e + 4.5$, así que $V_{ae} = 4.5$ **V**.
3. c) $U = 12(1.5)(60) =$ **1080 J** cada una; las dos **entregan**, porque la corriente sale por su borne +.
4. d) $U_R = 16(1.5)^2(300) =$ **10.8 kJ**. Comprobación: $2\cdot1080\cdot5 = 10\,800$ J.
5. e) $V_a = V_f + 12 - 1(1.5) =$ **10.5 V**.

Ejercicio 6.5.4 · Tres resistores iguales en paralelo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 4.

- $\varepsilon = 1.5$ V con tres resistores iguales R en paralelo.

Determine:

- a) R para que $i_3 = 10$ mA;
- b) R_{eq};
- c) la potencia total en los resistores.

El inciso d) (corriente eficaz) está en la Unidad 7.

Resolución.

1. a) Cada rama tiene el voltaje de la fuente: $R = \frac{1.5}{0.01} =$ **150 Ω**.
2. b) $R_{eq} = \frac{150}{3} =$ **50 Ω**.

Ejercicio propuesto 5.6.5

Adaptado de: segundo examen final 2019-1, problema 3.

En un cuadrado de 20 cm de lado hay dos cargas de igual magnitud en vértices consecutivos. En A, punto medio del lado que las une, el campo vale $E_A = 3.6 \times 10^6$ N/C. Determine el valor de las cargas.

Resultado: $q_1 = 2\ \mu$C y $q_2 = -2\ \mu$C.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 87.

5.7 Errores frecuentes · Parte A

1. **cm a m** antes de elevar al cuadrado.
2. **Prefijos:** μC $= 10^{-6}$ C, nC $= 10^{-9}$ C, km/s $= 10^3$ m/s, kN/C $= 10^3$ N/C.
3. El **campo** es vector; el **potencial** y la **energía** no lo son: no llevan $\hat{\imath}$.
4. **Signo del electrón** en $q\vec{E}$ y en $q\vec{v} \times \vec{B}$.
5. **Orden del producto cruz:** $\vec{v} \times \vec{B}$, no $\vec{B} \times \vec{v}$.
6. $V_{AB} = V_A - V_B$, no al revés.
7. **Trabajo:** $q_0(V_{final} - V_{inicial})$, **sin** el potencial de la carga que se mueve.
8. **Distancias en 3D:** de $(0, 0, 0)$ a $(4, 4, 4)$ cm, $r = \sqrt{48}$ cm, no 4 cm.
9. «$q_1 = -q_2$» significa **signos opuestos**: revisa el signo de cada carga antes de dibujar flechas.
10. **Placas paralelas:** E no depende de la separación d; el dato sirve para $V = Ed$ o solo para distraer.

5.8 Formulario de emergencia de la unidad · Parte A

- $k = 9 \times 10^9 \cdot \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \cdot \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \cdot q_e = -1.6 \times 10^{-19}$ C $\cdot\ q_p = +1.6 \times 10^{-19}$ C
- $F = k|q_1 q_2|/r^2 \cdot \vec{E} = kq\hat{r}/r^2 \cdot \vec{F} = q\vec{E}$
- $V = kq/r \cdot V_{AB} = V_A - V_B \cdot W = q_0(V_2 - V_1) \cdot U = kq_1 q_2/r$
- $E_{placas} = Q/(\varepsilon_0 A) \cdot V = Ed \cdot C = \varepsilon_0 A/d \cdot q = CV$
- $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \cdot \vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B} \cdot B = \mu_0 I/(2\pi r)$
- $\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}$, $\hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}$, $\hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}$

5.9 Procedimiento recomendado en el examen · Parte A

1. Dibujo con las coordenadas en metros.
2. Para cada carga: r, magnitud y unitario.
3. Suma por componentes y resultado escrito como vector.
4. En la fuerza magnética, el determinante escrito.
5. En trabajo o energía: V_i, V_f y el signo del resultado interpretado.
6. Cada resultado recuadrado.

Si no se encuentra el camino, escribe la ley de Coulomb con los números y la dirección dibujada, o el determinante de $\vec{v} \times \vec{B}$ con sus componentes. El planteamiento correcto ya es cerca de la mitad del problema.

3. Corriente en cada rama del paralelo: $i_{rama} = \frac{V_{be}}{R_{rama}}$.
4. Comprueba que las corrientes de las ramas sumen i_{total}.

6.3.3 Kirchhoff (dos fuentes)

1. Asigna una corriente con flecha a cada rama (i_1, i_2, i_3). Si una sale negativa, solo circula al revés.
2. **LCK** en un nodo: $i_1 = i_2 + i_3$, según las flechas.
3. **LVK** en cada malla, avanzando en un mismo sentido:
   - fuente atravesada de − a +: $-\varepsilon$ (forma $-\varepsilon + \sum Ri = 0$);
   - resistencia a favor de la flecha: $+Ri$; en contra: $-Ri$.
4. Resuelve el sistema de 3×3 con la calculadora (modo de ecuaciones).
5. Potencia de una fuente: $P = \varepsilon\, i$ de su rama.

6.3.4 Una sola malla (varias fuentes, sin ramas)

1. Hay **una sola corriente** I.
2. LVK: $I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R}$. Las fuentes que empujan en el mismo sentido se suman; si se oponen, se restan.
3. Voltaje entre dos nodos: avanza de uno al otro; una fuente atravesada de − a + sube ε y una resistencia a favor de la corriente baja RI.
4. Potencial de un nodo: parte del nodo de tierra ($V = 0$).
5. Una fuente **entrega** energía si la corriente sale por su borne +; **recibe** si entra por él.

6.3.5 Capacitores

1. Placas: $C = \varepsilon \frac{A}{d}$, de donde $\varepsilon = \frac{Cd}{A}$ (ε_0 en aire; con dieléctrico, la ε del material).
2. Paralelo: $C = C_1 + C_2 + \ldots$
3. Serie: $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$; para más, $\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}$.
4. Regreso: $q_{total} = C_{eq} V$; en serie todos llevan esa q; $V_i = \frac{q}{C_i}$; dentro de un paralelo, $q_i = C_i V$.
5. Energía: $U = \frac{1}{2} CV^2$.
6. Si se pide un C desconocido para lograr un C_{eq}: reduce lo conocido y despeja de afuera hacia adentro.

6.4 Ejemplo resuelto

Adaptado de: primer examen final 2019-1, turno matutino, problema 3.

Una fuente de $\varepsilon = 45$ V alimenta $R_1 = 10\ \Omega$ y $R_6 = 1\ \Omega$ en serie con un bloque entre b y e, formado por $R_2 = 3$, $R_3 = 4$ y $R_4 = 5\ \Omega$ en serie, todo en paralelo con $R_5 = 6\ \Omega$. Determine:

- a) la corriente i_1 de la fuente;
- b) V_{be};
- c) la corriente i_3;
- d) la potencia de la fuente;
- e) la energía que entrega en 5 min.

Si se conoce el total, se resta lo conocido y se despeja la corriente.

Flujo e inductancia.

- Área de la sección: $A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$.
- Flujo magnético: $\Phi = BA\cos\theta$, en webers [Wb].
- Autoinductancia del solenoide: $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{N\Phi}{i}$, en henries [H].
- Inductores sin inductancia mutua (se combinan como resistencias): serie $L_{eq} = L_1 + L_2$; paralelo $L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$.

Fuerza magnética.

- Sobre un conductor recto: $\vec{F} = i\,\vec{\ell} \times \vec{B}$, con $\vec{\ell}$ en el sentido de la corriente.
- Sobre una carga en movimiento: $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$. Partícula alfa: $q = 2|e| = 3.2 \times 10^{-19}$ C; electrón: $q = -1.6 \times 10^{-19}$ C.
- Entre alambres paralelos, las corrientes en el mismo sentido se atraen; por la tercera ley, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

Inducción y energía.

- Ley de Faraday y autoinducción: $\varepsilon = -L\frac{di}{dt} = -N\frac{d\Phi}{dt}$. El signo (ley de Lenz) indica que la fem se opone al cambio.
- Energía almacenada en un inductor: $U = \frac{1}{2}Li^2$.
- Potencia en un conductor: $P = Vi$; energía disipada: $U = Vi\,\Delta t$.

Productos cruz de los unitarios. $\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = \hat{k}$, $\hat{\jmath} \times \hat{k} = \hat{\imath}$, $\hat{k} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath}$; en el orden inverso, con signo menos; y $\hat{\imath} \times \hat{\imath} = 0$.

5.11 Cómo reconocer el problema

Si el enunciado dice…	Se trata de…	Procedimiento
«conductor recto largo… el campo en el punto A es… determine la corriente y su sentido»	$i = \frac{2\pi a B}{\mu_0}$ y regla de la mano derecha	5.12.1 y 5.12.3
«el campo total en C es (…)… corrientes en el solenoide y en el conductor»	separar componentes: la del eje del solenoide da i_s; la otra, i_c	5.12.3
«vector campo en P debido al solenoide», «campo total»	$\mu_0 Ni/\ell$ en el eje más $\mu_0 i/2\pi a$ del alambre	5.12.1 y 5.12.2
«corriente en un conductor que haga nulo el campo en el origen»	$\vec{B}_c = -\vec{B}_s$, de donde $i_c = \frac{2\pi a B_s}{\mu_0}$	5.12.3
«flujo en la sección transversal»	$\Phi = BA$, solo con el campo del solenoide	5.12.2
«autoinductancia», «inductancia propia»	$L = \mu_0 N^2 A/\ell$	5.12.2
«inductancia en serie para tener 100 mH», «en paralelo con otro de 10.2 mH», «$L_1 = 2L_2$, $L_{ac} = 0.7$ H»	combinación de inductores	5.12.4

Unidad 6 · Circuitos eléctricos de corriente directa y capacitores

↑ Volver al índice

Objetivo (programa de la asignatura). El alumno realizará balances de energía en circuitos eléctricos sencillos, de corriente continua y directa.

Instrucciones de emergencia

- **Frecuencia:** aparece en 7 de los 12 finales colegiados de 2012 a 2014; los capacitores, en 3 de ellos. Es el problema más mecánico del examen.
- **Tiempo:** de 2 a 3 horas para esta unidad.
- **Ruta corta:**
  1. Lee la sección 6.1 (15 min).
  2. Sigue el ejemplo 6.4 tapando la resolución.
  3. Resuelve los ejercicios 6.5 con cronómetro (20 min cada uno).

6.1 Conceptos y expresiones

Planteamiento. Una fuente impulsa corriente a través de resistencias. Se busca la **corriente** en cada rama, el **voltaje** entre dos puntos y la **potencia** o energía que entrega la fuente o que se disipa en una resistencia.

- **Con una sola fuente:** el circuito se reduce (serie y paralelo) hasta una sola resistencia; se obtiene la corriente total y se regresa, desarmando, para obtener cada rama.
- **Con dos fuentes en ramas distintas:** no se puede reducir; se plantean las **leyes de Kirchhoff** y se resuelve un sistema de tres ecuaciones.

Resistencias.

Expresión	Fórmula
Ley de Ohm	$V = Ri$
Resistividad	$R = \rho\frac{L}{A}$
Serie (misma corriente)	$R = R_1 + R_2 + \ldots$
Paralelo (mismo voltaje)	$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$; para más de dos, $\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}$

Potencia y energía.

- Fuente: $P = \varepsilon i$.
- Resistencia: $P = Ri^2 = \frac{V^2}{R} = Vi$.
- Energía: $E = P\,\Delta t$, con Δt en segundos.
- Una fuente con resistencia interna r entrega εi; al resto del circuito llega $(\varepsilon - ri)\,i$.

Leyes de Kirchhoff.

- **LCK (nodos):** lo que entra a un nodo es igual a lo que sale.
- **LVK (mallas):** en una malla cerrada, la suma de voltajes es cero.

Capacitores. Se combinan al revés que las resistencias.

5.12.5 Fuerzas magnéticas

1. Conductor: $\vec{F} = i\,\vec{\ell} \times \vec{B}$, con $\vec{\ell}$ = longitud en el sentido de la corriente.
2. Carga: $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$, **con el signo de** q.
3. Escribe el producto cruz con los vectores sustituidos antes de evaluar; las componentes paralelas se anulan.
4. Entre dos conductores, aplica la tercera ley: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$.

5.12.6 Fem inducida, tiempo y energía

- Fem: $|\varepsilon| = L\left|\frac{di}{dt}\right|$ o $|\varepsilon| = N\left|\frac{d\Phi}{dt}\right|$; el signo, por Lenz.
- Tiempo para un cambio de flujo con fem constante: $\Delta t = \frac{N|\Delta\Phi|}{\varepsilon}$.
- Energía en el inductor: $U = \frac{1}{2}Li^2$, de donde $i = \sqrt{2U/L}$.
- Energía disipada en un conductor: $U = P\,\Delta t = Vi\,\Delta t$.

5.13 Ejemplo resuelto

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo A, problema 5.

Un solenoide está sobre el eje y, de $y = -20$ a 0 cm, con $N = 50$, $\ell = 20$ cm y $r = 2$ cm. El punto C está a la mitad, en $(0, -10, 0)$ cm. Un alambre largo, paralelo al eje z, corta al eje y en A $(0, 10, 0)$ cm. El campo en C es $\vec{B}_C = (0.12\,\hat{\imath} + 0.6284\,\hat{\jmath})$ mT. Determine:

- a) las corrientes i_s (solenoide) e i_c (alambre) y sus sentidos;
- b) la fuerza sobre un electrón que pasa por C con $\vec{v} = 4 \times 10^6\,\hat{\imath}$ m/s.

Resolución.

1. Separa componentes. El solenoide (eje y) solo da $\hat{\jmath}$; el alambre (paralelo a z) solo da componentes en el plano xy, aquí $\hat{\imath}$. Entonces $B_s = 0.6284$ mT y $B_c = 0.12$ mT.
2. a) Solenoide: $i_s = \frac{B_s \ell}{\mu_0 N} = \frac{(0.6284\times10^{-3})(0.2)}{4\pi\times10^{-7}(50)} =$ **2 A**, circulando de modo que $\vec{B}$ apunte a $+\hat{\jmath}$.
3. a) Alambre: $a = \overline{CA} = 10 + 10 = 20$ cm, así que $i_c = \frac{2\pi a B_c}{\mu_0} = \frac{2\pi(0.2)(0.12\times10^{-3})}{4\pi\times10^{-7}} =$ **120 A**.
4. Sentido de i_c: $\hat{u}_r$ (de A a C) $= -\hat{\jmath}$. Se necesita $\hat{u}_i \times (-\hat{\jmath}) = +\hat{\imath}$, de donde $\hat{u}_i = +\hat{k}$: **la corriente sube** $(+z)$.
5. b) $\vec{v} \times \vec{B} = (4 \times 10^6\,\hat{\imath}) \times (0.12\,\hat{\imath} + 0.6284\,\hat{\jmath}) \times 10^{-3} = 2513.6\,\hat{k}$, porque $\hat{\imath} \times \hat{\imath} = 0$.
6. $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} = (-1.6 \times 10^{-19})(2513.6\,\hat{k}) = -4.0218 \times 10^{-16}\,\hat{k}$ **N**. El signo negativo del electrón invierte la dirección.

El mismo arreglo se usa con otros datos en el ejercicio 5.14.4.

5.14 Ejercicios de examen (resueltos)

Ejercicio 5.14.1 · Alambre y campo uniforme

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo A, problema 4.

- Alambre largo sobre el eje y.
- Campo uniforme $\vec{B}_0 = 1.6\,\hat{\imath}$ µT.

- c) L;
- d) la inductancia equivalente en serie con 5 mH;
- e) V_{AB} si $di/dt = 100$ A/s.

Resultado: $0.04712\,\hat{\imath}$ T; 14.80 µWb; 9.8696 mH; 14.87 mH; $V_{AB} = -0.987$ V.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 87.

Ejercicio propuesto 5.15.2

Adaptado de: segundo examen final 2020-1, problema 4.

Un solenoide con núcleo de aire tiene $r = 1.25$ cm, $\ell = 30$ cm, $N = 300$ e $I = 12$ A. Determine $\vec{B}$ en P, la inductancia y la energía almacenada.

Resultado: 0.01508 T; 0.185 mH; 13.32 mJ.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 87.

Ejercicio propuesto 5.15.3

Adaptado de: primer examen final 2020-1, turno matutino, problema 4.

Un electroimán con núcleo de aire tiene $N = 760$, $d = 2.5$ cm y $L = 1.5491$ mH. Determine:

- a) su longitud;
- b) la potencia, si almacenó 4 mJ conectado a 40 V.

Resultado: 0.23 m; 90.9 W.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 87.

Ejercicio propuesto 5.15.4

Adaptado de: segundo examen final 2019-1, problema 4.

Un solenoide tiene $N = 400$, $d = 5$ cm y $B = 0.1$ T. Al quitar el voltaje, B baja a cero con una fem constante de 5 kV. ¿En cuánto tiempo?

Resultado: 1.57×10^{-5} s.

→ Resolución en el Apéndice E, p. 88.

5.16 Errores frecuentes

1. **Sentido de $\hat{u}_r$:** va del alambre al punto, no al revés. La distancia a es **perpendicular**: se ignora la coordenada a lo largo del alambre.
2. **Superposición con signo:** $\vec{B}_{alambre} = \vec{B}_{total} - \vec{B}_0$ componente por componente $(-8 - 1.6 = -9.6$, no $-6.4)$.
3. **Signo de la carga** en $q\,\vec{v} \times \vec{B}$: el electrón, negativo, invierte la fuerza; la partícula alfa es $+2|e|$.
4. **Componentes paralelas:** se anulan en el producto cruz ($\hat{\imath} \times \hat{\imath} = 0$); en $\vec{v} \times \vec{B}$ solo cuenta la parte perpendicular.
5. **Radio contra diámetro** en A; N^2 en L pero solo N en B.
6. **Unidades:** ℓ en metros; mT $= 10^{-3}$ T, µT $= 10^{-6}$ T, mH $= 10^{-3}$ H, µWb $= 10^{-6}$ Wb, nWb $= 10^{-9}$ Wb.
7. **Flujo del solenoide:** usa solo su propio campo; el alambre exterior no cuenta.

4. b) $\vec{F}_2 = I_2\vec{\ell}_2 \times \vec{B}_1 = 80\,(-4\,\hat{\imath}) \times (-600\times10^{-6}\,\hat{k}) = -0.192\,\hat{\jmath}$ **N**, atracción hacia el conductor 1.

Ejercicio 5.14.4 · Solenoide y alambre con campo solo en el eje

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-2, tipo B, problema 6.

Es el mismo arreglo que el ejemplo 5.13.

- Solenoide en el eje y: $N = 50$, $\ell = 20$ cm, $r = 2$ cm.
- Alambre paralelo a z por A $(0, 10, 0)$ cm.
- Campo en C: $\vec{B}_C = -6.284\,\hat{\jmath}$ mT.

Determine:

- a) i_s e i_c;
- b) la autoinductancia del solenoide.

Resolución.

1. a) No hay componente $\hat{\imath}$, así que $i_c = 0$.
2. a) $i_s = \frac{(6.284\times10^{-3})(0.2)}{4\pi\times10^{-7}(50)} =$ **20 A**, en el sentido que da $\vec{B}$ hacia $-\hat{\jmath}$. Respecto al sentido dibujado en la figura, la resolución publicada la reporta como $i_s = -20$ A.
3. b) $L = \frac{4\pi\times10^{-7}(50)^2\pi(0.02)^2}{0.2} =$ **19.74 µH**.

Ejercicio 5.14.5 · Solenoide e inductor en serie

Adaptado de: primer examen final colegiado 2012-1, tipo B, problema 5.

- Solenoide de aire sobre el eje x; P en su centro.
- $\ell = 15$ cm, $r = 1$ cm, $N = 5000$, $\vec{B}_P = 8.38\,\hat{\imath}$ mT.

Determine:

- a) la corriente y su sentido;
- b) la inductancia que, en serie con el solenoide, da 100 mH.

Resolución.

1. a) $i = \frac{B\ell}{\mu_0 N} = \frac{(8.38\times10^{-3})(0.15)}{4\pi\times10^{-7}(5000)} =$ **0.2 A**, circulando de modo que el pulgar de la mano derecha apunte a $+x$.
2. b) $L_s = \frac{4\pi\times10^{-7}(5000)^2\pi(0.01)^2}{0.15} = 65.8$ mH.
3. b) $L = L_{eq} - L_s = 100 - 65.8 =$ **34.2 mH**.

Ejercicio 5.14.6 · Solenoide de 4500 vueltas y alambre

Adaptado de: primer examen final colegiado 2013-2, tipo A, problema 4.

- Solenoide sobre el eje x, de 0 a 15 cm: $N = 4500$, $A = 3.14\times10^{-3}$ m², $i_s = 2.8$ mA.
- Alambre paralelo a y por B $(17, 0, 0)$ cm, con $i_c = 38$ A hacia $+y$.
- Punto P $(7.5, 0, 0)$ cm.

Determine:

- a) $\vec{B}_P$ debido al solenoide;
- b) $\vec{B}_P$ total;
- c) el flujo (solo del solenoide);
- d) la fuerza sobre $q = -8$ pC con $\vec{v} = 500\,\hat{\imath}$ m/s;
- e) L en mH.

Resolución.

1. a) $B_s = \frac{4\pi\times10^{-7}(4500)(0.0028)}{0.15} = 105.56$ µT; con el sentido de la figura, $\vec{B}_{Ps} = -105.56\,\hat{\imath}$ **µT**.
2. b) $a = 17 - 7.5 = 9.5$ cm; $\hat{u}_r = -\hat{\imath}$ y $\hat{\jmath}\times(-\hat{\imath}) = \hat{k}$, así que $\vec{B}_{Pc} = \frac{\mu_0(38)}{2\pi(0.095)}\hat{k} = 80\,\hat{k}$ µT. Total: $\vec{B}_P = (-105.56\,\hat{\imath} + 80\,\hat{k})$ **µT**.
3. c) $\Phi = B_s A = (105.56\times10^{-6})(3.14\times10^{-3}) =$ **331.45 nWb**.
4. d) $\vec{v}\times\vec{B} = 500\,\hat{\imath}\times80\times10^{-6}\,\hat{k} = -0.04\,\hat{\jmath}$, así que $\vec{F} = (-8\times10^{-12})(-0.04\,\hat{\jmath}) = 0.32\,\hat{\jmath}$ **pN**.
5. e) $L = \frac{4\pi\times10^{-7}(4500)^2(3.14\times10^{-3})}{0.15} =$ **532.69 mH**.

Ejercicio 5.14.7 · Faraday y campo en el origen

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-1, tipo A, problema 5.

- Solenoide de aire sobre el eje y, centrado en el origen: $\ell = 20$ cm, radio $a = 2$ cm, $N = 2000$, terminales A y B.
- Alambre paralelo a y por C $(4, 0, 0)$ cm, con $i_c = 200$ A hacia $+y$.

Determine:

- a) v_{AB} si $d\Phi/dt = 40\times10^{-3}$ Wb/s;
- b) el campo total $\vec{B}_0$ en el origen con $i_s = 0.5$ A;
- c) L.

Resolución.

1. a) $|v_{AB}| = N\frac{d\Phi}{dt} = 2000(0.04) =$ **80 V**; por Lenz, A queda a mayor potencial: $v_{AB} = +80$ V.
2. b) $\vec{B}_s = \frac{4\pi\times10^{-7}(2000)(0.5)}{0.2}(-\hat{\jmath}) = -6.2832\,\hat{\jmath}$ mT (sentido de la figura).
3. b) $\hat{u}_r = -\hat{\imath}$ y $\hat{\jmath}\times(-\hat{\imath}) = \hat{k}$, así que $\vec{B}_c = \frac{\mu_0(200)}{2\pi(0.04)}\hat{k} = 1\,\hat{k}$ mT. Total: $\vec{B}_0 = (-6.2832\,\hat{\jmath} + \hat{k})$ **mT**.
4. c) $L = \frac{4\pi\times10^{-7}(2000)^2\pi(0.02)^2}{0.2} =$ **31.6 mH**.

Ejercicio 5.14.8 · Alambre que anula el campo

Adaptado de: primer examen final colegiado 2014-2, tipo A, problema 4.

- Solenoide de aire sobre el eje x, centrado en el origen: $\ell = 22$ cm, $N = 2500$, $r = 1.2$ cm.
- Campo en el origen: $\vec{B}_0 = 0.5712\,\hat{\imath}$ mT.

Determine:

- a) I_s;
- b) el flujo y su sentido;
- c) la corriente en un alambre paralelo a y que pasa por P $(0, 0, 5)$ cm y anula $\vec{B}$ en el origen;
- d) L;
- e) L_{eq} en paralelo con un inductor de 10.2 mH.

Resolución.

1. a) $I_s = \frac{(0.5712\times10^{-3})(0.22)}{4\pi\times10^{-7}(2500)} =$ **0.04 A**.